TIPE

Marijan SORIC

Juin - Juillet 2021

SCEI : 20733

Introduction

- Dans quelle mesure peut-on réduire l'usure du pneu en agissant sur les propriétés du caoutchouc ?

- Usure : masse de caoutchouc perdue, perte de qualité, ...

Introduction

- Dans quelle mesure peut-on réduire l'usure du pneu en agissant sur les propriétés du caoutchouc ?

- Usure : masse de caoutchouc perdue, perte de qualité, ...

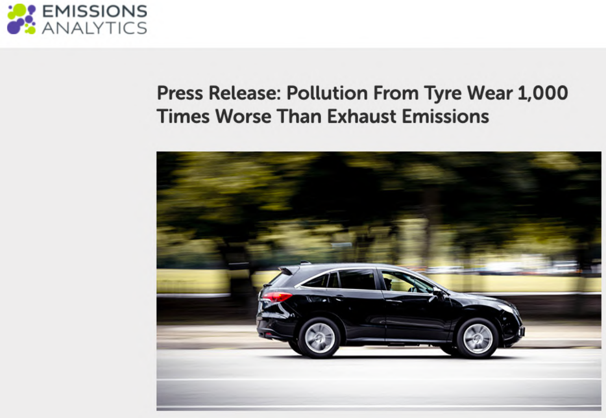


FIGURE 1 – Article introductif de Emissions Analytics

https ://www.emissionsanalytics.com/news/pollution-tyre-wear-worse-exhaust-emissions

Notre estimation de la perte de masse :

$$V_{\text{perdu}} \times \rho_{\text{caoutc}} \div l_{\text{vie}} = 0{,}4\,\text{g.km}^{-1}$$

Soit un rapport de : 88

En conditions normales : $0{,}2\,\text{g.km}^{-1}$

En conditions extrêmes : $5{,}8\,\text{g.km}^{-1}$

Emission de particules fines du pot d'échappement : $4{,}5 \cdot 10^{-3}\,\text{g.km}^{-1}$ (norme Euro 6B)

Le pneu, un système complexe

Intervention de nombreux composants.
But : limiter l'usure en identifiant l'influence des variables.

$$\mathrm{U}_{\mathrm{sure}}(T, t, S, v, P, \mathrm{caoutchouc}, \mathrm{route}, \ldots)$$

Première approche : les causes internes

Figure 2 – Montage expérience n°1

- Modéliser la gomme (des pneus) : analogie avec l'élastique
- Expérience n°1 : mise en évidence du phénomène d'hystérésis
- Hystérésis : rupture des chaînes de polymères

Première approche : les causes internes

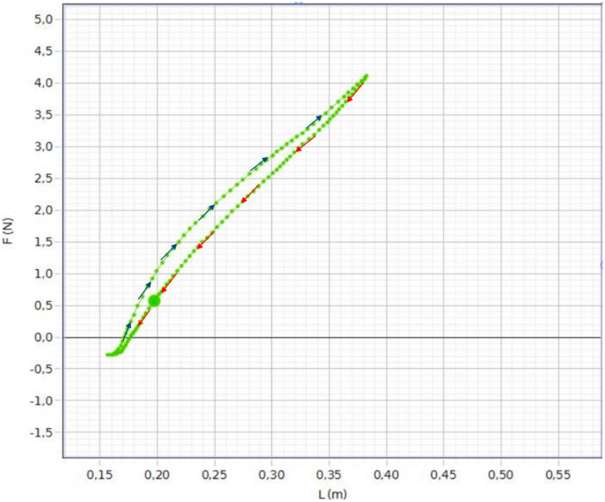


FIGURE 3 – Interface logiciel Pasco

- Existence du phénomène : énergie dissipée
- Irréversibilité $S_c > 0$: cause de l'usure ?

Hypothèse : la déformation du caoutchouc sous les contraintes, cause de l'usure du pneumatique

Deuxième approche : interaction pneu/chaussée

Première tentative

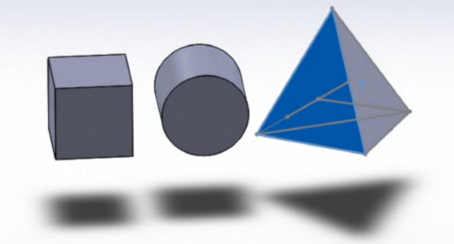


FIGURE 4 – Figures réalisées sur SolidWorks

Forces de frottement tangentielles via les lois de COULOMB.
Ces forces sont-elles liées à la surface de contact ?

$$||\overrightarrow{R_{\mathrm{T}}}|| < k_{\mathrm{stat}}||\overrightarrow{R_{\mathrm{N}}}||$$

$$||\overrightarrow{R_{\mathrm{T}}}|| = k_{\mathrm{dyn}}||\overrightarrow{R_{\mathrm{N}}}||$$

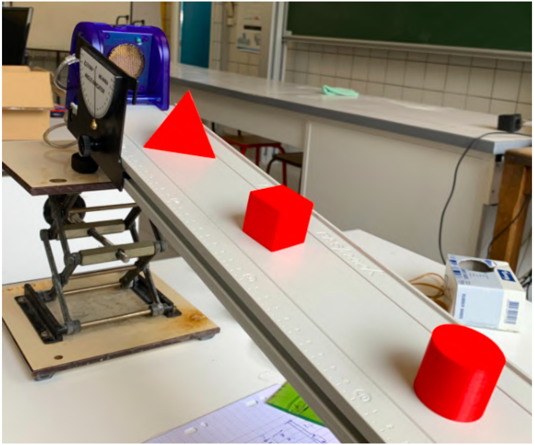


Figure 5 – Mise en place de l'expérience

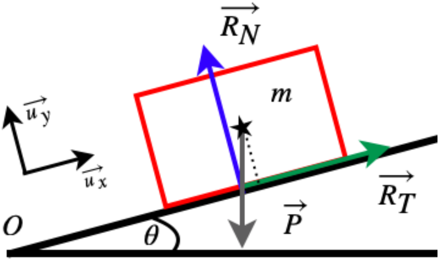


FIGURE 6 – Bilan des forces extérieures appliquées au cube

PFD :

$$\begin{cases} m\dfrac{\mathrm{d}^2x(t)}{\mathrm{d}t^2} = R_\mathrm{T} - mg\sin(\theta) \\ 0 = R_\mathrm{N} - mg\cos(\theta) \end{cases}$$

D'où :

$$x(t) = \frac{g}{2}(k_\mathrm{dyn}\cos(\theta) - \sin(\theta))t^2$$

$$k_\mathrm{stat} = \tan(\theta_\mathrm{lim})$$

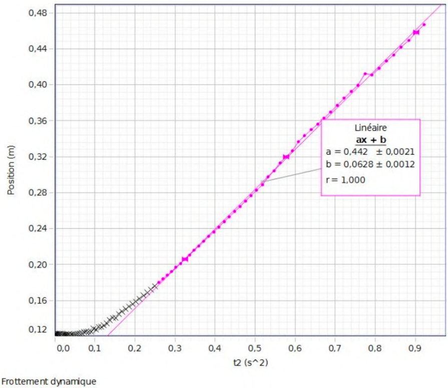


FIGURE 7 – Calcul du coefficient dynamique

	dyn	stat
cube	0,41	0,23
cylindre	0,40	0,24
trièdre		0,21

Interaction pneu/chaussée

Interprétation

- Vérification des lois de frottement de COULOMB. Indépendance de la superficie et de la géométrie de la surface de contact.
- Usure surfacique.
- D'où la tentative d'une nouvelle expérience (échec).

FIGURE 8 – Pneu usé par frottement sur du bois

Modèle de contact

Première piste

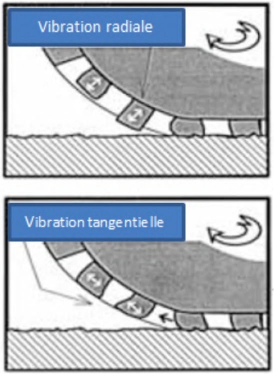


FIGURE 9 – Vibrations radiales et tangentielles

https ://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01893845/document

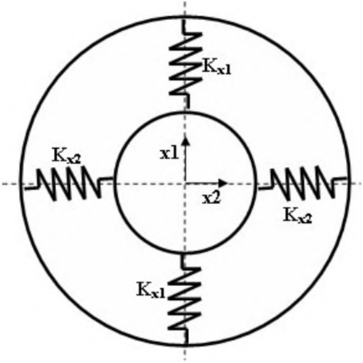


FIGURE 10 – Modélisation purement élastique des bras en caoutchouc

https ://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01137743/document

Modèle de contact : le caoutchouc

Utilisation du modèle rhéologique

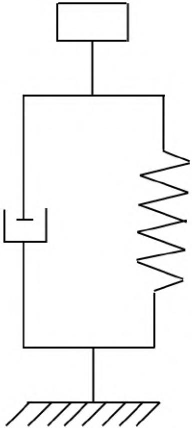


Figure 11 – Ressort-amortisseur

Comportement :
matériau viscoélastique.

Modèle de Kelvin Voigt.

Amortissement : μ
Raideur : k

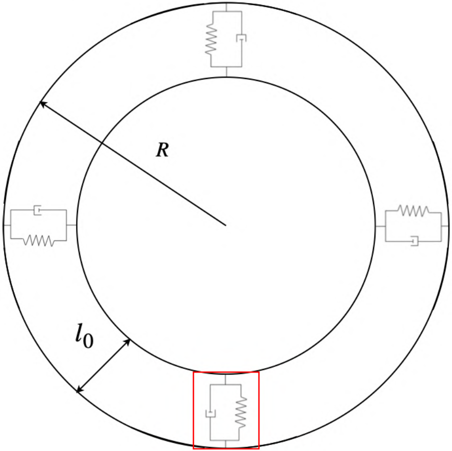


FIGURE 12 – Modélisation simplifiée du pneu

Modèle de contact

Action de pesanteur

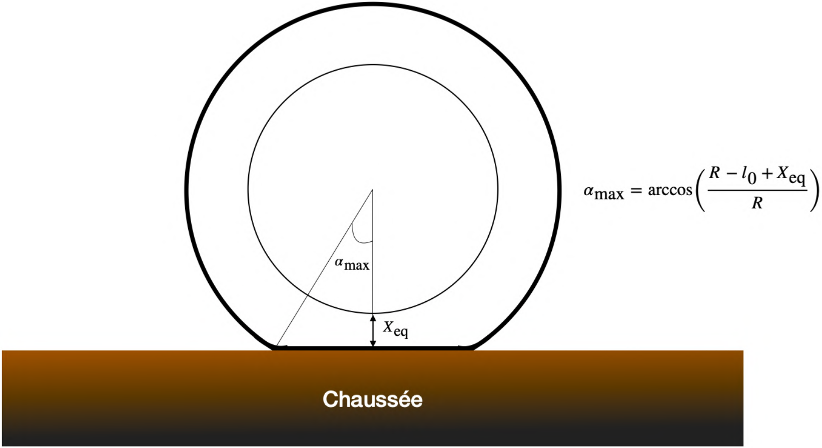


Figure 13 – Effet du poids sur le pneu

Modèle de contact

Action de pesanteur

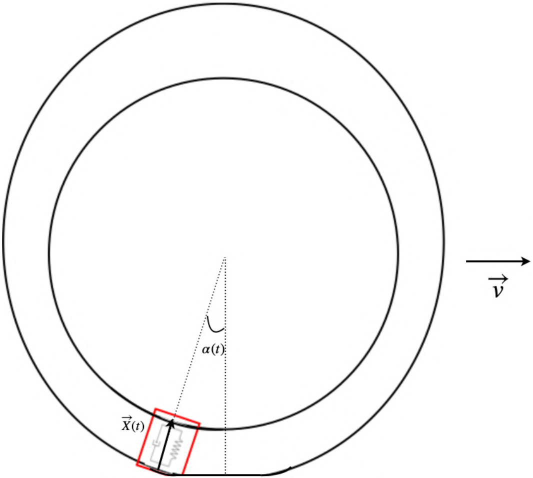


FIGURE 14 – Lorsque la roue tourne

Modèle de contact

Le poids

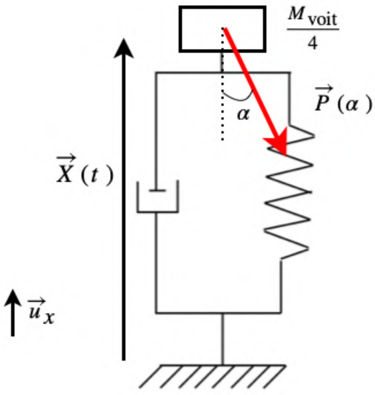


Figure 15 – Action du poids

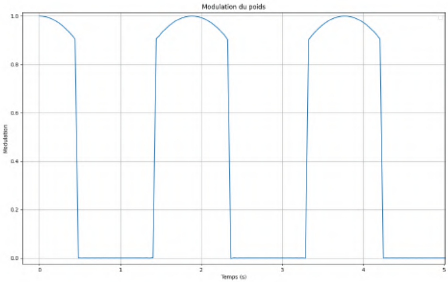
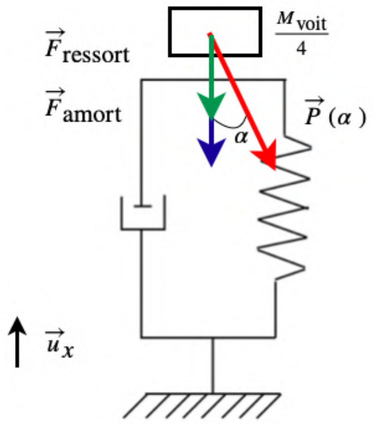


FIGURE 16 – Fonction obtenue par série de Fourier

$$F_{\text{mod}}(t) = \frac{2\sin(\alpha)}{T} + \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{2\alpha}{T}[\text{sinc}((\frac{2k\pi}{T}+1)\alpha) + \text{sinc}((\frac{2k\pi}{T}-1)\alpha)]\cos(\frac{2k\pi}{T}t)$$



$$\overrightarrow{F}_{\text{amort}} = -\mu \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{X}}{\mathrm{d}t}$$

$$\overrightarrow{P}(\alpha) \cdot \overrightarrow{u}_x = \frac{M_{\text{v}}}{4} g\, F_{\text{mod}}(t)$$

$$\overrightarrow{F}_{\text{ressort}} = -k(X - l_0)\overrightarrow{u}_x$$

FIGURE 17 – Bilan des action mécaniques extérieurs

Modèle de contact

Equation

Application du Principe Fondamental de la Dynamique :

$$\frac{M_{\mathrm{v}}}{4}\frac{\mathrm{d}^2 X}{\mathrm{d}t^2} = -k(X - l_0) - \mu\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}t} - \frac{M_{\mathrm{v}} g}{4} F_{\mathrm{mod}}(t)$$

Solution à l'équilibre :

$$X_{\mathrm{eq}} = l_0 - \frac{M_{\mathrm{v}} g}{4k}$$

D'où :

$$\alpha_{\max} = \arccos\left(1 - \frac{g}{R\omega_0^2}\right)$$

Sous forme canonique :

$$\frac{\mathrm{d}^2 X}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 X = \omega_0^2 l_0 - gF_{\mathrm{mod}}(t)$$

Où :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{4k}{M_{\mathrm{v}}}} \qquad Q = \frac{1}{\mu}\sqrt{\frac{kM_{\mathrm{v}}}{4}}$$

Transformée de Fourier :

$$X(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} (a_k \cos(\frac{2k\pi}{T}t) + b_k \sin(\frac{2k\pi}{T}t))$$

Expression analytique :

$$X(t) = l_0 - \frac{2g\sin(\alpha)}{\omega_0^2 T} - \frac{2g\alpha}{T} \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{\operatorname{sinc}((\frac{2k\pi}{T}+1)\alpha) + \operatorname{sinc}((\frac{2k\pi}{T}-1)\alpha)}{\left(\omega_0^2 - \left(\frac{2k\pi}{T}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{\omega_0}{Q}\frac{2k\pi}{T}\right)^2}$$
$$\times \left(\left(\omega_0^2 - \left(\frac{2k\pi}{T}\right)^2\right)\cos\left(\frac{2k\pi}{T}t\right) + \frac{\omega_0}{Q}\frac{2k\pi}{T}\sin\left(\frac{2k\pi}{T}t\right)\right)$$

Modèle de contact : Résultat graphique

Selon le facteur de qualité

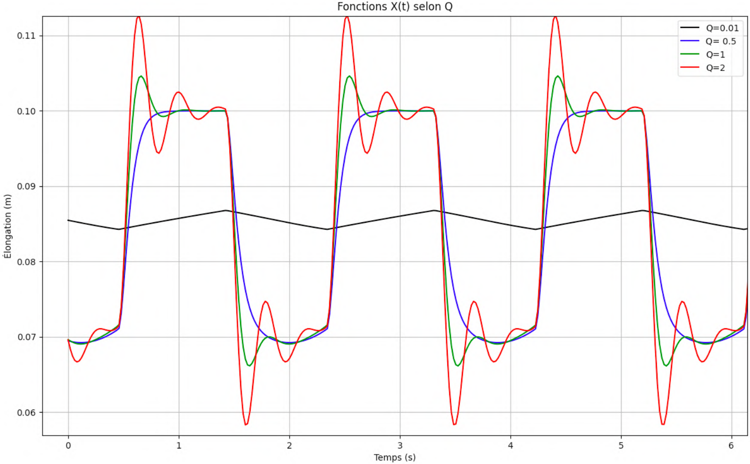


Figure 18 – La fonction X selon les valeurs prises par Q

Modèle de contact : Résultat graphique

Selon la pulsation propre

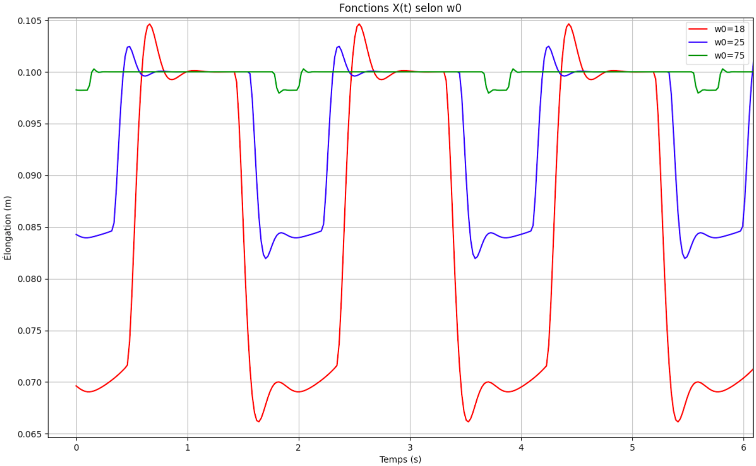


Figure 19 – La fonction X selon les valeurs prises par ω_0

Modèle de contact

Interprétations

Pour diminuer les variations d'élongations, il faut :

- diminuer $Q = \frac{1}{\mu}\sqrt{\frac{kM_\mathrm{v}}{4}}$
- augmenter $\omega_0 = \sqrt{\frac{4k}{M_\mathrm{v}}}$
- raideur k plus élevée
- amortissement μ plus élevé

$\boxed{\text{Un caoutchouc qui se déforme moins.}}$

Documentation Michelin

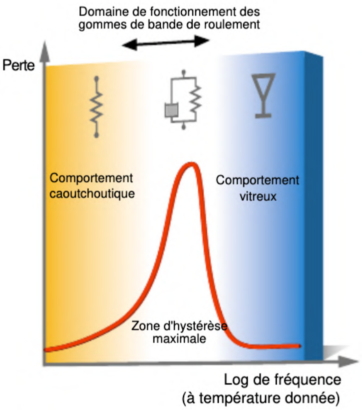


FIGURE 20 – Document Michelin

http ://automemo.free.fr/10/Adherence-du-pneu1.pdf

Les cas limites :

$\mu \to 0$: oscillateur harmonique

$\mu \to +\infty$: pas de déformation

Conclusion

- Gomme plus tendre ▶ Meilleure adhérence, aquaplaning plus fort, usure prématurée.

- Gomme plus dure ▶ Perte de contrôle lors des virages, confort passager.

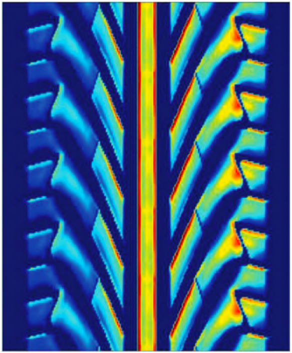


FIGURE 21 – Carte de l'usure

http ://audaces.asso.st/uploads/Presentations/Michelin-SimulationNumerique.pdf

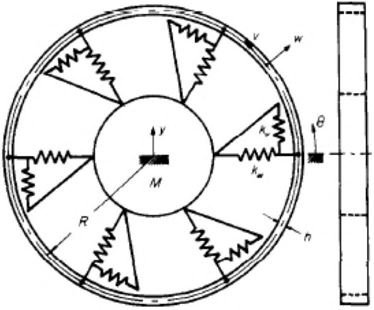


FIGURE 22 – Modèle de KUNG

https ://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01137743/document

$$V_{\text{perdu}} \times \rho_{\text{caoutc}} \div l_{\text{vie}} = 0{,}4\,\text{g.km}^{-1}$$

$$V_{\text{perdu}} = 4 \times (8 - 1{,}6)(2\pi \times 300)(200) = 9{,}6\,\text{dm}^3$$
$$\rho_{\text{caoutc}} = 1\,200\,\text{kg.m}^{-3}$$
$$l_{\text{vie}} = 40\,000\,\text{km}$$

Particules fines : $4{,}5 \cdot 10^{-3}\,\text{g.km}^{-1}$
Rapport de : 88

Normales : $0{,}2\,\text{g.km}^{-1}$ Extrêmes : $5{,}8\,\text{g.km}^{-1}$

Le caoutchouc

Caoutchouc : polymère élastomère.

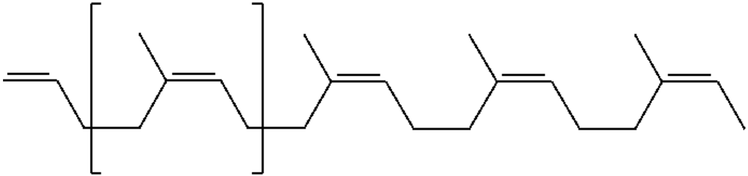


Figure 23 – Caoutchouc naturel : polyisoprène

Matériel expérimental

PASCO Capstone

FIGURE 24 – Capteur de force

FIGURE 25 – Capteur à ultrason

Formulaire Fourier

Soit f une fonction T-périodique :

$$f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} (a_k \cos(\frac{2k\pi}{T} t) + b_k \sin(\frac{2k\pi}{T} t))$$

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) dt$$

$$\forall k \in \mathbb{N}^*, a_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos(\frac{2k\pi}{T} t) dt$$

$$\forall k \in \mathbb{N}^*, b_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \sin(\frac{2k\pi}{T} t) dt$$

Force de frottement

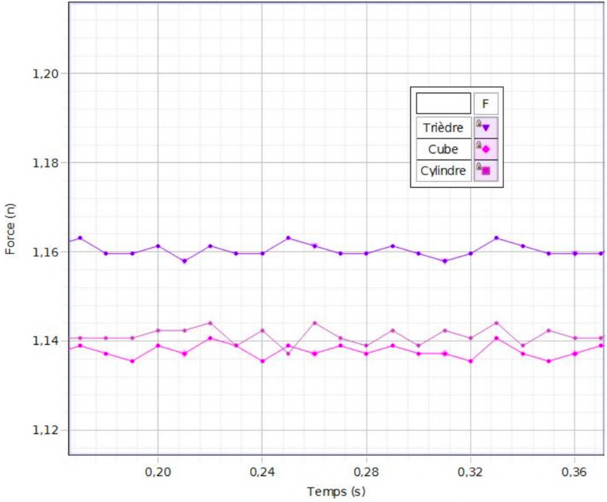


FIGURE 26 – Force de frottement

Hystérésis

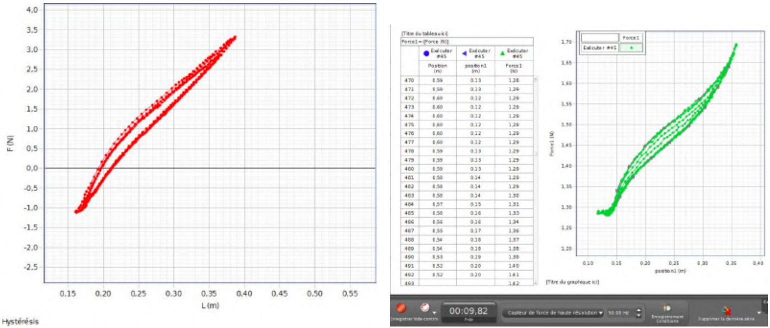


Figure 27 – Autres résultats

Programmes Python

```python
##import
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import scipy.integrate as integr
from math import factorial
##valeurs
M=1200 #kg
l0 = 0.1 #m
R = 0.3 #m
g = 10
##coef en cos de F_mod
def akN(k): #fct paire donc bk = 0
    if k == 0:
        return 2*np.sin(alpha)/T
    else:
        return (2/T)*(np.sin((p*k+1)*alpha)/(p*k+1) + np.sin((p*k-1)*alpha)/(p*k-1))

##Developpement en Serie de Fourier de F_mod
def DSF2N(t):
    res = 0
    for k in range(2000):
        res += akN(k)*np.cos(p*k*t)
    return res
```

FIGURE 28 – Code permettant d'obtenir F_{mod}

Programmes Python

```python
##coef en cos de X
def apk(k):
    if k == 0:
        return (l0*w0**2-g*akN(0))/(w0**2)
    else:
        W =(w0**2-(k*p)**2)**2 + (w0*k*p/Q)**2
        return -g*akN(k)*(w0**2-(p*k)**2)/W

##coef en sin de X
def bpk(k):
    if k == 0:
        return 0
    else:
        W =(w0**2-(k*p)**2)**2 + (w0*k*p/Q)**2
        return -g*w0*k*p*akN(k)/(Q*W)

##Developpement en Serie de Fourier de X
def DSFx(t) :
    res = 0
    for k in range(500):
        res += apk(k)*np.cos(k*p*t) + bpk(k)*np.sin(k*p*t)
    return res
```

FIGURE 29 – Code permettant d'obtenir X